Ficha de Matemática A

Trigonometria | Ensino Secundário | 2026/2027

11.º Ano de Escolaridade

Duração da ficha: 90 minutos. 5 Páginas

A ficha inclui 13 itens. As respostas a todos os itens contribuem para a classificação final.

As respostas aos itens da ficha são registadas na folha de respostas.

A ficha inclui um formulário.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da ficha.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Assinale, na folha de respostas, a opção selecionada.

Nas respostas aos itens de construção, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área de um polígono regular: *Semiperímetro* × *Apótema*

Área de um setor circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times$ Área da base × Altura

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times$ Área da base × Altura

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Trigonometria

$\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \cos b + \operatorname{sen} b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$

Complexos

$\left(\rho e^{i\theta}\right)^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}} \quad (k \in \{0, \ldots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$

Regras de derivação

$(u + v)' = u' + v'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\operatorname{sen} u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \operatorname{sen} u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'e^u$

$(a^u)' = u'a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

Limites notáveis

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$

1. Qual das amplitudes seguintes, em radianos, corresponde a um ângulo com o mesmo lado extremidade de um ângulo de amplitude 1140°?

(A) $\frac{\pi}{6}$ **(B)** $\frac{\pi}{3}$ **(C)** $\frac{2\pi}{3}$ **(D)** $\frac{5\pi}{3}$

2. O ponteiro dos minutos de um relógio mede 12 cm.

Determine, em radianos, a amplitude do ângulo descrito pelo ponteiro dos minutos durante 40 minutos e o comprimento, em centímetros, do arco descrito pela sua extremidade nesse tempo.

Apresente os resultados na forma exata.

3. Sabe-se que $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{8}{17}$ e que α pertence ao 4.º quadrante.

Qual é o valor de $\tan\alpha$?

(A) $-\frac{15}{8}$ **(B)** $-\frac{8}{15}$ **(C)** $\frac{8}{15}$ **(D)** $\frac{15}{8}$

4. Qual é o valor de $\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)$?

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

5. Em referencial o.n. xOy, considere a circunferência trigonométrica.

O lado extremidade de um ângulo de amplitude $-\frac{7\pi}{6}$ radianos, cujo lado origem é o semieixo positivo Ox, interseta a circunferência trigonométrica no ponto P. O prolongamento desse lado extremidade interseta a reta de equação $x = 1$ no ponto Q.

Determine, sem recorrer à calculadora, as coordenadas dos pontos P e Q.

6. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = 1 - 4\operatorname{sen}(2x)$.

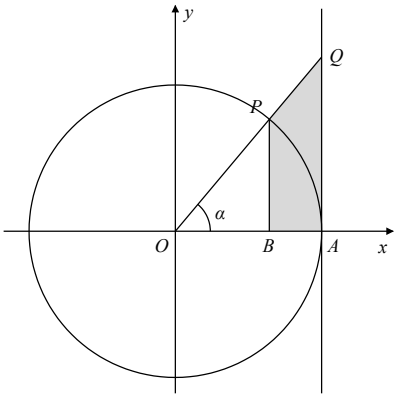
Qual é o contradomínio de g?

(A) $[-5, 3]$ **(B)** $[-4, 4]$ **(C)** $[-3, 5]$ **(D)** $[0, 2]$

7. Seja α um número real pertencente ao intervalo $\left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ tal que $\tan\alpha = -2$.

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor exato de $\cos(\pi - \alpha) + \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$.

8. Na figura, está representada, em referencial o.n. xOy, a circunferência trigonométrica.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 0)$;
- o ponto P pertence à circunferência e ao primeiro quadrante;
- o ponto B é a projeção ortogonal de P no eixo Ox;
- o ponto Q é a interseção da reta OP com a reta de equação $x = 1$;
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOP, com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Qual das expressões seguintes dá a área do trapézio $[ABPQ]$, sombreado na figura?

(A) $\frac{(\operatorname{sen}\alpha + \tan\alpha)(1 - \cos\alpha)}{2}$

(B) $\frac{(\operatorname{sen}\alpha + \tan\alpha)\cos\alpha}{2}$

(C) $\frac{(\cos\alpha + \tan\alpha)(1 - \operatorname{sen}\alpha)}{2}$

(D) $\frac{\operatorname{sen}\alpha \tan\alpha}{2}$

9. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \operatorname{sen}(3x)$.

Determine, sem recorrer à calculadora, os zeros da função f que pertencem ao intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

10. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Resolva, no intervalo $[0, 2\pi]$, a equação

$$\cos^2 x + \operatorname{sen} x = 1$$

11. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = 2 - \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$.

Determine o contradomínio e o período positivo mínimo de h e os maximizantes de h que pertencem ao intervalo $[0, 4\pi]$.

12. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Numa roda gigante, a altura ao solo, em metros, de uma das cabines, t minutos após o início do funcionamento, é dada por

$$h(t) = 22 - 20\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right), \qquad t \geq 0$$

Determine a altura máxima e a altura mínima a que a cabine se encontra, o diâmetro da roda gigante e o tempo que a cabine demora a dar uma volta completa.

13. Numa cidade, num determinado dia, a temperatura do ar, em graus Celsius, t horas após as 0 horas, foi dada por

$$T(t) = 15 - 6\cos\left(\frac{\pi t}{12}\right), \qquad t \in [0, 24]$$

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, durante quanto tempo, nesse dia, a temperatura do ar foi superior a 17 graus Celsius.

Apresente o resultado em horas, arredondado às décimas.

Não justifique a validade dos resultados obtidos na calculadora.

Na sua resposta:

– apresente uma condição que lhe permita resolver o problema;

– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinale o(s) ponto(s) relevante(s), com as abcissas arredondadas às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**Total**
10	18	10	10	18	10	18	10	18	18	20	20	20	200